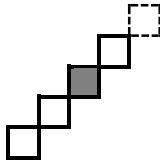


Stufe:
3



Thema:
Liegt ein Punkt in der Ebene?
(Punktprobe)



Aufgabe 3:

Gegeben ist die Ebene E . Überprüfe, ob die Punkte P , Q , R , S und T in der Ebene liegen. Überprüfe mindestens drei Punkte. Wenn Du Dich sicher genug fühlst, dann gehe zu Stufe 4

Beispiel:

Gegeben ist die Ebene $E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ und der Punkt $P(-11|-6|12)$.

Gesucht sind die beiden Parameter r und s :

$$\begin{pmatrix} -11 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Umwandlung in ein Gleichungssystem ergibt:

$$\begin{cases} -11 = 9 + 7r - 2s \\ -6 = 2 + 4r \\ 12 = 5 + 1r + 3s \end{cases}$$

Ein Sonderfall: In der zweiten Gleichung fehlt der Parameter s , sodass man r direkt berechnen kann:

$$-6 = 2 + 4r$$

$$-8 = 4r$$

$$-2 = r$$

Setzt man diesen Wert in die erste und dritte Gleichung ein, ergibt sich:

$$\begin{cases} -11 = 9 + 7 \cdot (-2) - 2s \\ 12 = 5 + 1 \cdot (-2) + 3s \end{cases}$$

Auflösen nach s ergibt in beiden Gleichungen: $s = 3$.

Für $r = -2$ und $s = 3$ sind alle drei Gleichungen erfüllt, somit liegt der Punkt P in der Ebene E .

(a) $E : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

$P(-6|1|7,5)$

$Q(1|-12|-9)$

$R(-8|4|12)$

$S(4|6|9)$

$T(2|-1|-3)$

(b) $E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -0,5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1,5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$P(6|6|2)$

$Q(-1|-2|-4)$

$R(-0,5|-2|-6)$

$S(0|3|1)$

$T(0|4|-1)$

Lösungen zu Stufe 3

Aufgabe 3

(a) P liegt in der Ebene E ($r = -0,5$ und $s = 2$)

Q liegt nicht in der Ebene E

R liegt in der Ebene E ($r = 0$ und $s = 3$)

S liegt nicht in der Ebene E

T liegt in der Ebene E ($r = 0$ und $s = -2$)

(b) P liegt nicht in der Ebene E

Q liegt nicht in der Ebene E

R liegt in der Ebene E ($r = 2$ und $s = -2$)

S liegt nicht in der Ebene E

T liegt in der Ebene E ($r = -2$ und $s = 1$)