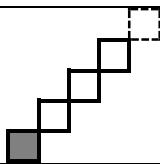


**Stufe:****1**
**Thema:**  
 Ebenengleichung aufstellen
**Aufgabe 1.1:**
 Bestimme eine Ebenengleichung  $E$  aus dem Punkt  $A$  und den Richtungsvektoren  $\vec{u}$  und  $\vec{v}$  !

 Löse mindestens zwei Aufgaben. Wenn Du Dich sicher genug fühlst, dann gehe zu Aufgabe 1.2.
Beispiel:
 Gegeben sind ein Punkt  $A(9|2|5)$  und zwei Richtungsvektoren:  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

 Der Ortsvektor von  $A$  wird als Stützvektor verwendet und die beiden Richtungsvektoren einfach übernommen – fertig!

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \text{ mit } r, s \in \mathbb{R}$$

(a)  $A(4|-2|6)$ ,  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

(b)  $A(3|1|7)$ ,  $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

(c)  $A(0,5|8|-4)$ ,  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -0,2 \end{pmatrix}$

(d)  $A(-3|6|2)$ ,  $\vec{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

**Aufgabe 1.2:**
 Bestimme eine Ebenengleichung  $E$  aus den Punkten  $P$ ,  $Q$  und  $R$ .

 Löse mindestens zwei Aufgaben. Wenn Du Dich sicher genug fühlst, dann gehe zu Stufe 2.
Beispiel:
 Gegeben sind die Punkte  $P(1|2|1)$ ,  $Q(5|4|6)$  und  $R(9|8|7)$ .

 Wir verwenden den Ortsvektor von  $P$  als Stützvektor und  $\overrightarrow{PQ}$  und  $\overrightarrow{PR}$  als Richtungsvektoren:

$$E : \vec{x} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\vec{p}} + r \underbrace{\left[ \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]}_{\overrightarrow{PQ}} + s \underbrace{\left[ \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]}_{\overrightarrow{PR}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(a)  $P(2|-3|0)$ ,  $Q(0|1|4)$ ,  $R(3|-1|2)$

(b)  $P(6|1|4)$ ,  $Q(2|-1|3)$ ,  $R(1|2|-1)$

(c)  $P(2|-3|1)$ ,  $Q(3|-1|0)$ ,  $R(1|-1|3)$

(d)  $P(1,5|3,5|-1)$ ,  $Q(2|-3|-1)$ ,  $R(2|-1|3)$

(e)  $P(0|0|0)$ ,  $Q(-3|-3|5)$ ,  $R(6|-1|9)$

(f)  $P(1|0|1)$ ,  $Q(1|4|6)$ ,  $R(6|-1|-9)$

## Lösungen zu Stufe 1

### Aufgabe 1.1

$$\begin{array}{l|l} \text{(a)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} & \text{(c)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -0,2 \end{pmatrix} \\ \text{(b)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} & \text{(d)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

### Aufgabe 1.2

$$\begin{array}{l} \text{(a)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + s \left[ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \text{(b)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right] + s \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -5 \end{pmatrix} \\ \text{(c)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \left[ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right] + s \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \text{(d)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} + r \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} \right] + s \left[ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 3,5 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0,5 \\ -6,5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0,5 \\ -4,5 \\ 4 \end{pmatrix} \\ \text{(e)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \left[ \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] + s \left[ \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ 9 \end{pmatrix} \\ \text{(f)} \quad E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] + s \left[ \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -10 \end{pmatrix} \end{array}$$