Aufgabe:

Zeichne das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem, bestimme die Länge der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ und $\overline{AC}$, berechne die Geradengleichungen der Dreieckskanten, gib die Koordinaten der Mittelpunkte M_{AB}, M_{BC} und M_{AC} an, bestimme die Geradengleichungen $M_{AB}C$, $M_{BC}A$ und $M_{AC}B$, berechne die Innenwinkel α, β und γ und berechne den Schwerpunkt.

a) $A(-3|-1), B(2|-3), C(3|3)$

b) $A(-2|2), B(1|-3), C(3|1)$

c) $A(-1|1), B(1|-2), C(2|0)$

d) $A(0|-1), B(2|-1), C(1|1)$

e) $A(-1|-1), B(2|-1), C(1|2)$

Hinweise:

1. Länge der Strecke $\overline{PQ}$: $\boxed{\overline{PQ} = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}}$

2. Seitenmittelpunkt der Strecke $\overline{PQ}$: $\boxed{M_{PQ}\left(\frac{x_Q+x_P}{2} \middle| \frac{y_Q+y_P}{2}\right)}$

3. Steigung der Gerade PQ: $\boxed{m_{PQ} = \frac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P}}$

4. Berechnung eines Innenwinkels φ:

   $\boxed{\varphi = \arctan(m_2) - \arctan(m_1)}$ oder

   $\boxed{\varphi = 180° - \big(\arctan(m_2) - \arctan(m_1)\big)}$

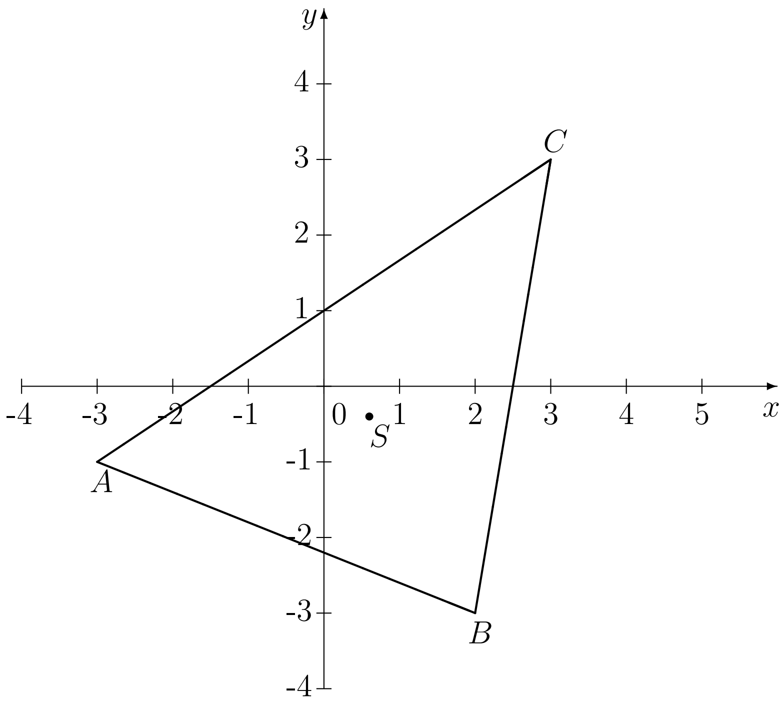
   (wobei m_1 und m_2 die Steigungen der zugehörigen Schenkel sind)

5. Berechnung des Schwerpunktes S: $\boxed{S\left(\frac{x_A+x_B+x_C}{3} \middle| \frac{y_A+y_B+y_C}{3}\right)}$ oder

   Schnittpunkt der Seitenhalbierenden (wobei x_A die x-Koordinate des Punktes A bezeichnet)

Lösung:

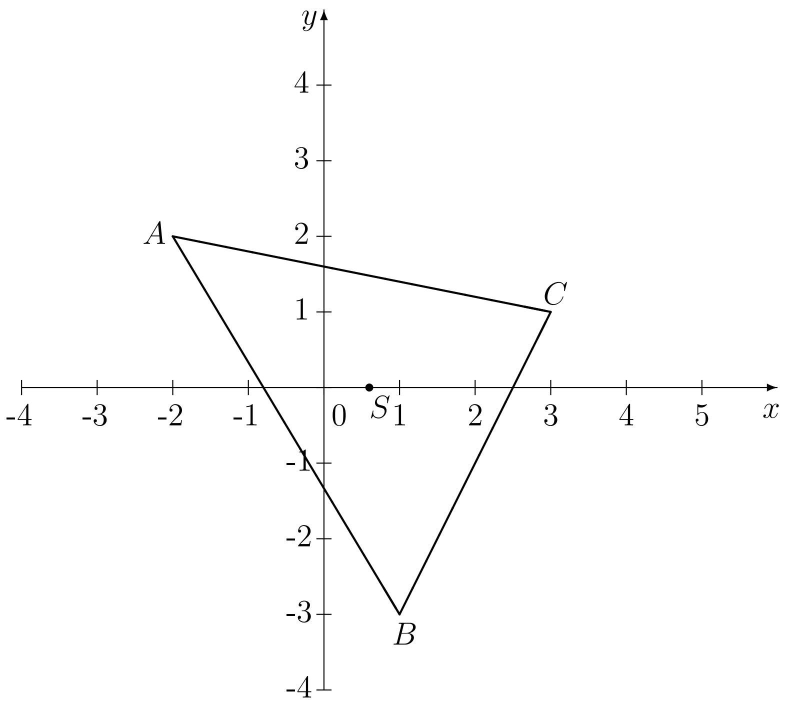
a)



Übersicht:

$A\,(-3\,\vert -1\,)$	$AB: y = -\frac{2}{5}x - \frac{11}{5}$	$\alpha \approx 55{,}49°$
$B\,(-3\,\vert -1\,)$	$BC: y = 6x - 15$	$\beta \approx 77{,}66°$
$C\,(-3\,\vert -1\,)$	$AC: y = \frac{2}{3}x + 1$	$\gamma \approx 46{,}85°$
$M_{AB}\left(-\frac{1}{2}\middle\vert -2\right)$	$M_{AB}C: y = \frac{10}{7}x - \frac{9}{7}$	$\overline{AB} = \sqrt{29} \approx 5{,}39$
$M_{BC}\left(\frac{5}{2}\middle\vert\, 0\right)$	$M_{BC}A: y = \frac{2}{11}x - \frac{5}{11}$	$\overline{BC} = \sqrt{37} \approx 6{,}08$
$M_{AC}\,(0\vert\, 1)$	$M_{AC}B: y = -2x + 1$	$\overline{AC} = \sqrt{52} \approx 7{,}21$
$S\left(\frac{2}{3}\middle\vert -\frac{1}{3}\right)$		

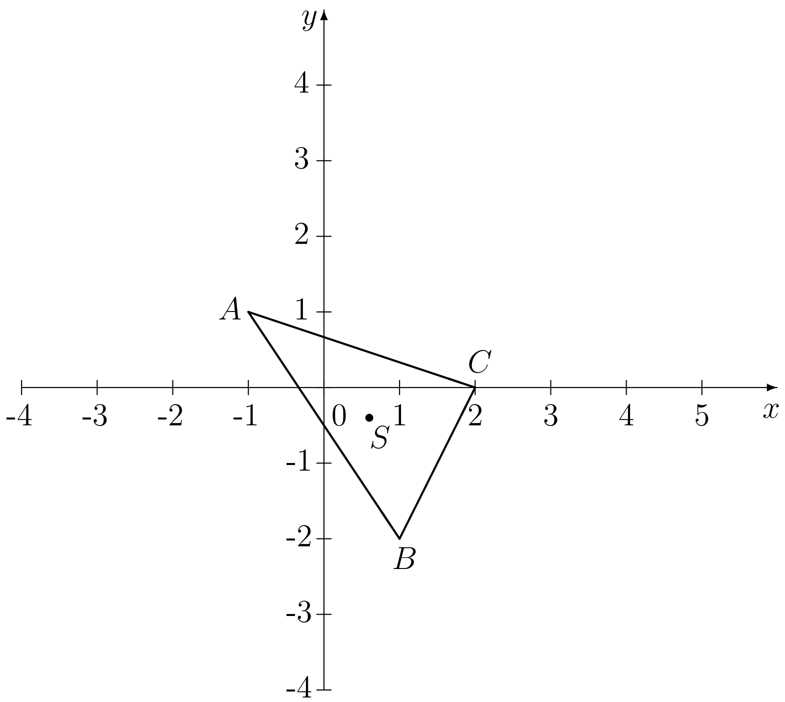
b)



Übersicht:

$A\,(-2\,\vert 2)$	$AB : y = -\frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$	$\alpha \approx 47,73°$
$B\,(1\,\vert -3)$	$BC : y = 2x - 5$	$\beta \approx 57,53°$
$C\,(3\,\vert 1)$	$AC : y = -\frac{1}{5}x + \frac{8}{5}$	$\gamma \approx 74,74°$
$M_{AB}\left(-\frac{1}{2}\middle\vert -\frac{1}{2}\right)$	$M_{AB}C : y = \frac{3}{7}x - \frac{2}{7}$	$\overline{AB} = \sqrt{34} \approx 5,83$
$M_{BC}\,(2\vert -1)$	$M_{BC}A : y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$	$\overline{BC} = \sqrt{20} \approx 4,47$
$M_{AC}\left(\frac{1}{2}\middle\vert \frac{3}{2}\right)$	$M_{AC}B : y = -9x + 6$	$\overline{AC} = \sqrt{26} \approx 5,10$
$S\left(\frac{2}{3}\middle\vert 0\right)$		

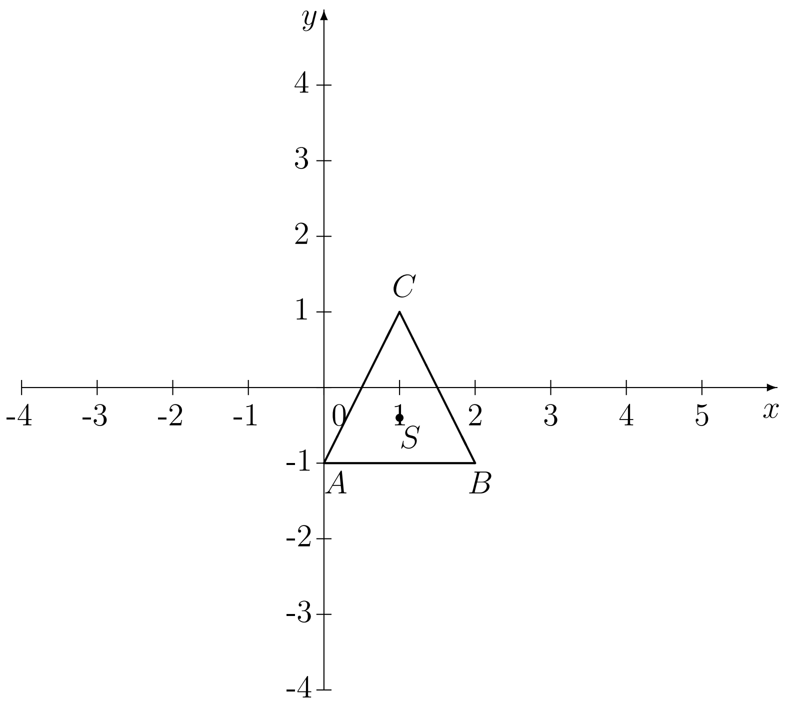
c)



Übersicht:

$A\,(-1\,\vert 1\,)$	$AB: y = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$	$\alpha \approx 37,87°$
$B\,(1\,\vert -2\,)$	$BC: y = 2x - 4$	$\beta \approx 60,26°$
$C\,(2\,\vert 0\,)$	$AC: y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$	$\gamma \approx 81,87°$
$M_{AB}\left(0\,\middle\vert -\frac{1}{2}\right)$	$M_{AB}C: y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$	$\overline{AB} = \sqrt{13} \approx 3,61$
$M_{BC}\left(\frac{3}{2}\middle\vert -1\right)$	$M_{BC}A: y = -\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}$	$\overline{BC} = \sqrt{5} \approx 2,24$
$M_{AC}\left(\frac{1}{2}\middle\vert \frac{1}{2}\right)$	$M_{AC}B: y = -5x + 3$	$\overline{AC} = \sqrt{10} \approx 3,16$
$S\left(\frac{2}{3}\middle\vert -\frac{1}{3}\right)$		

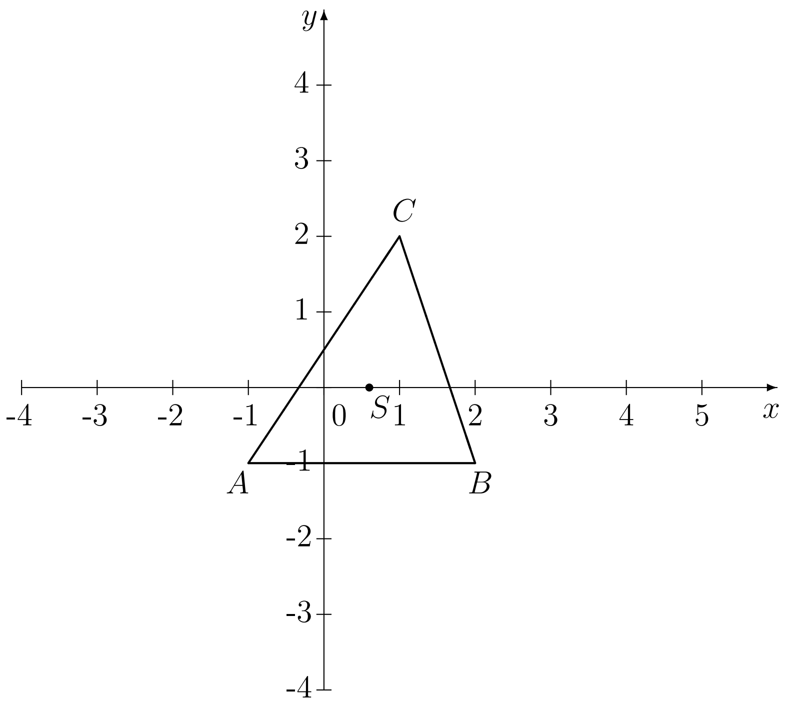
d)



Übersicht:

$A\,(0\,\vert{-1})$	$AB: y = -1$	$\alpha \approx 63,43°$
$B\,(2\,\vert{-1})$	$BC: y = -2x + 3$	$\beta \approx 63,43°$
$C\,(1\,\vert 1)$	$AC: y = 2x - 1$	$\gamma \approx 53,13°$
$M_{AB}\,(1\,\vert{-1})$	$M_{AB}C: x = 1$	$\overline{AB} = 2$
$M_{BC}\left(\frac{3}{2}\middle\vert 0\right)$	$M_{BC}A: y = \frac{2}{3}x - 1$	$\overline{BC} = \sqrt{5} \approx 2,24$
$M_{AC}\left(\frac{1}{2}\middle\vert 0\right)$	$M_{AC}B: y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$	$\overline{AC} = \sqrt{5} \approx 2,24$
$S\left(1\,\middle\vert -\frac{1}{3}\right)$		

e)



Übersicht:

$A\,(-1\,\vert -1\,)$	$AB : y = -1$	$\alpha \approx 56,31°$
$B\,(2\,\vert -1\,)$	$BC : y = -3x + 5$	$\beta \approx 71,57°$
$C\,(1\,\vert 2\,)$	$AC : y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$	$\gamma \approx 52,13°$
$M_{AB}\left(\frac{1}{2}\middle\vert -1\right)$	$M_{AB}C : y = 6x - 4$	$\overline{AB} = 3$
$M_{BC}\left(\frac{3}{2}\middle\vert \frac{1}{2}\right)$	$M_{BC}A : y = \frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$	$\overline{BC} = \sqrt{10} \approx 3,16$
$M_{AC}\left(0\middle\vert \frac{1}{2}\right)$	$M_{AC}B : y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}$	$\overline{AC} = \sqrt{13} \approx 3,61$
$S\left(\frac{2}{3}\middle\vert 0\right)$		