

Mehrstufige Zufallsversuche

Marcus Ivens

24. Juni 2015



Aufgabe 4

Ein Sportschütze darf zwei Schüsse abgeben, um ein bestimmtes Ziel zu treffen. Wie hoch muss er seine Trefferwahrscheinlichkeit p pro Schuss mindestens trainieren, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 25% mindestens einmal das Ziel trifft?

Lsg. auf S. 2



Aufgabe 5

Peter und Paul schießen gleichzeitig auf einen Hasen. Paul hat die doppelte Trefferwahrscheinlichkeit wie Peter. Mit welcher Wahrscheinlichkeit darf Peter höchstens treffen, damit der Hase eine Überlebenschance von mindestens 50% hat?

Lsg. auf S. 2



Aufgabe 10

Aus dem Wort ANANAS werden zufällig zwei Buchstaben herausgenommen.

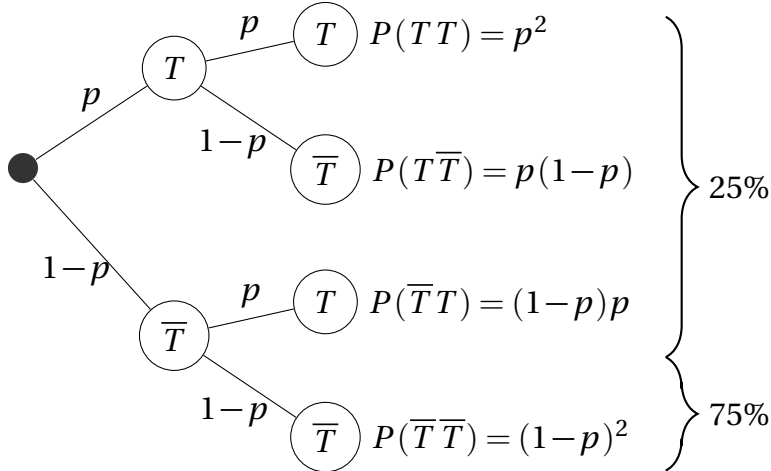
- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind beide Buchstaben Konsonanten?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit sind beide Buchstaben gleich?

Lsg. auf S. 3



Lösung 4

T bedeutet, dass er trifft.



Die Berechnung der gesuchten Wahrscheinlichkeit p ist einfacher unter Verwendung der Gegenwahrscheinlichkeit:

$$\begin{aligned}P(TT) + P(T\bar{T}) + P(\bar{T}T) &= 1 - P(\bar{T}\bar{T}) = 0,25 \\1 - (1-p)^2 &= 0,25 \\(1-p)^2 &= 0,75 \\1-p &= \frac{(-) \sqrt{3}}{2} \\p &= 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \approx 0,134\end{aligned}$$

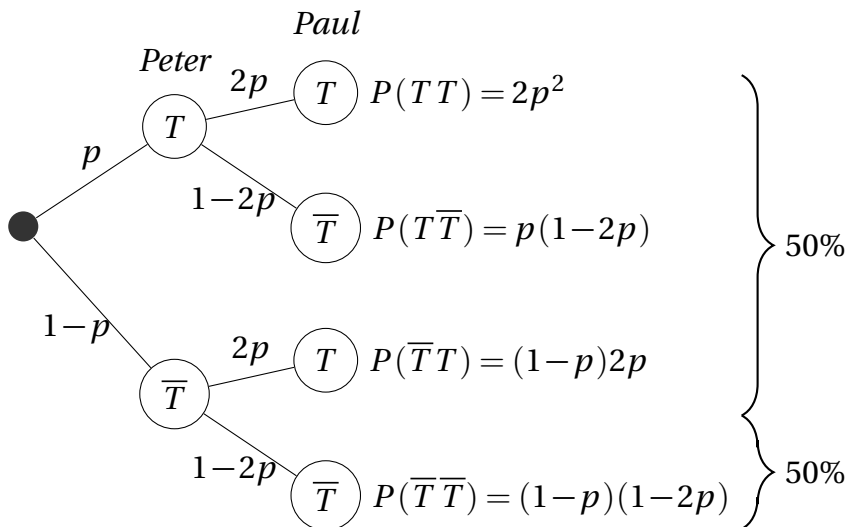
Der Sportschütze muss seine Trefferwahrscheinlichkeit auf mindestens 13,4% pro Schuss trainieren, damit er mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 25% mindestens einmal das Ziel trifft.

Anmerkung: Da $0 \leq p \leq 1$ gelten muss, erhält man hier nur eine Lösung und nicht zwei!



Lösung 5

T bedeutet, dass er trifft.



Die Berechnung der gesuchten Trefferwahrscheinlichkeit p von Peter:

$$P(\bar{T}\bar{T}) = (1-p)(1-2p) = 0,5$$

$$1-3p+2p^2 = 0,5$$

$$2p^2-3p+0,5 = 0$$

$$p = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{4} \approx 0,191$$

Peter darf höchstens mit einer Wahrscheinlichkeit von 19,1% treffen, damit der Hase eine Überlebenswahrscheinlichkeit von mindestens 50% hat.

Anmerkung: Da $0 \leq p \leq 1$ gelten muss, erhält man hier nur eine Lösung und nicht zwei!

Lösung 10

- a) Es gibt insgesamt 3 Konsonanten und 3 Vokale. Daher gibt es beim ersten Ziehen (ohne Zurücklegen!) 3 von 6 Möglichkeiten und beim zweiten Ziehen 2 von 5 Möglichkeiten.

$$P(2 \text{ Konsonanten}) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

- b) Da das S nur einmal vorkommt, reicht es aus, nur A und N zu betrachten:

$$P(\text{gleiche Buchstaben}) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$