



Stellen Sie jeweils eine Gleichung der Ebene E durch die Punkte A , B und C in Parameterform, Normalenform und Koordinatenform auf.

1 $A(6|6|0), B(0|3|2), C(4|0|2)$

2 $A(-2|0|5), B(-4|2|0), C(0|3|-2)$

3 $A(5|3|-1), B(7|2|-1), C(6|0|1)$

4 $A(1|2|-2), B(0|5|0), C(5|0|-2)$

5 $A(2|1|1), B(4|2|2), C(3|3|4)$

Lösungen:

$$\boxed{1} \text{ Parameterform: } E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Aus den beiden Richtungsvektoren, die die Ebene aufspannen, wird mittels des Vektorprodukts der Normalenvektor berechnet.

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 30 \end{pmatrix}$$

$$\text{Normalenform: } E : \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 30 \end{pmatrix} = 0$$

Berechnet man das Skalarprodukt, so erhält man die Ebene als Koordinatengleichung.

$$\text{Koordinatenform: } E : 6x + 8y + 30z = 84$$

$$\boxed{2} \text{ Parameterform: } E : \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -24 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\text{Normalenform: } E : \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -24 \\ -10 \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{Koordinatenform: } E : 1x - 24y - 10z = -52$$

$$\boxed{3} \text{ Parameterform: } E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\text{Normalenform: } E : \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{Koordinatenform: } E : -2x - 4y - 5z = -17$$

$$\boxed{4} \text{ Parameterform: } E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix}$$

$$\text{Normalenform: } E : \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ -10 \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{Koordinatenform: } E : 4x + 8y - 10z = 40$$



5 Parameterform: $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Normalenform: $E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix} = 0$

Koordinatenform: $E: 1x - 5y + 3z = 0$