

1 Welche Punkte liegen auf der Geraden g?

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$A(3|6)$$

$$B(16|5)$$

$$C(-5|-4)$$

$$D(23|10)$$

2 Welche der Punkte liegen in der Ebene E?

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A(9|7|4)$$

$$B(7|1|8)$$

$$C(3|-11|-12)$$

$$D(5|-5|2)$$

3 Zeichne folgende Geraden

$$\text{a) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

4 Zeichne folgende Ebenen

$$\text{a) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ -6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } 2x - 3y + 5z = 30$$

$$\text{d) } 5x - 7y = -70$$

5 Forme von Parametergleichung in Koordinatengleichung um bzw. umgekehrt.

a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 17 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) $5x - 3y + 6z = 1$ d) $4y + 5z = 1$

6 Gib eine Parameter- und Koordinatengleichung der Ebene E an, die durch folgende Punkte gegeben ist.

a) $A(1|2|-1); B(6|-5|11); C(3|2|0)$ b) $A(7|7|7); B(-5|15|9); C(6|-8|5)$

7 Untersuche, ob die Geraden g und h identisch, echt parallel oder windschief sind oder sich schneiden. Berechne im letzten Fall den Schnittpunkt.

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

8 Prüfe, ob die drei Vektoren eine Basis des $\mathbb{R}^3$ bilden.

$$\text{a) } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -3 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

9 Bestimme eine Koordinatengleichung aus der Normalform.

$$\text{a) } \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{c) } \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\text{b) } \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

10 Welche der folgenden Ebenen sind orthogonal, welche sind parallel?

$$E_1: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} = 0$$

$$E_4: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$E_2: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 13 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$E_5: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} = 0$$

$$E_3: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} = 0$$

$$E_6: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

11 Welche Abstände haben die Punkte P, Q und R von der Ebene E?

a) $P(2|4|-1); Q(3|-7|0); R(5|5|5); E: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

b) $P(0|10|-3); Q(8|1|1); R(7|6|-2); E: x - 4y - 4z = 0$

12 Gegeben sind die folgenden Eckpunkte einer quadratischen Pyramide. Fertige eine Zeichnung an und berechne ihr Volumen.

$A(12|0|0); B(12|8|6); C(2|8|6); D(2|0|0); S(7|16|-13)$

13 Welchen Abstand hat der Punkt P von der Geraden g?

a) $P(2|4); g: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 0$

b) $P(-2|5); g: \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \end{pmatrix} = 0$

c) $P(-1|3); g: 2x + 5y = 1$

d) $P(6|11); g: 3x + 4y = 7$

14 Lösungen

1. $\{B, C\} \in g$

2. $\{B, C\} \in E$

5. (a) $x + y - z = 3$

(b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

(c) $x - y + z = 23$

(d) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$

6. (a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 5 \\ -7 \\ 12 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; -7x + 19y + 14z = 17$

(b) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 15 \\ 2 \end{pmatrix}; 7x - 13y + 94z = 616$

7. (a) $S(3|3|2)$

(b) parallel und verschieden

(c) windschief

8. (a) Nein

(b) Ja

(c) Ja

9. (a) $4x + 5y - z = 1$

(b) $x + 2y = 11$

(c) $5x + z = -16$

$$\begin{array}{llll}
 10. & E_1 \perp E_2 & E_2 \perp E_4 & E_4 \perp E_5 & E_2 \parallel E_6 \\
 & E_1 \perp E_6 & E_3 \perp E_4 & E_4 \perp E_6 & E_3 \parallel E_5
 \end{array}$$

11.

	a)	b)
$d(P, E)$	$\frac{1}{3} = 0, \overline{3}$	$\frac{28}{\sqrt{33}} \approx 4,87$
$d(Q, E)$	$\frac{14}{3} = 4, \overline{6}$	0
$d(R, E)$	$\frac{16}{3} = 5, \overline{3}$	$\frac{9}{\sqrt{33}} \approx 1,57$

$$12. V = \frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 20 = 666\frac{2}{3} = 666, \overline{6}$$

$$\begin{array}{ll}
 13. & \text{(a) } \frac{3}{\sqrt{5}} \approx 1,34 \\
 & \text{(b) } \frac{9}{\sqrt{65}} \approx 1,12 \\
 & \text{(c) } \frac{12}{\sqrt{29}} \approx 2,23 \\
 & \text{(d) } 11
 \end{array}$$