



Ausführliche Lösungen zu ausgewählten Mathebuchaufgaben aus „Mathematik 2.1 Leistungskurs“ von Seite 90:

Übung 8d

$$f(x) = (x^2 + \sqrt{x^3}) \cdot \sqrt{2x} = \underbrace{(x^2 + x^{\frac{3}{2}})}_{u(x)} \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot x^{\frac{1}{2}}}_{v(x)} \quad (1)$$

Anwendung der Produktregel:

$$f'(x) = \underbrace{\left(2x + \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}\right)}_{u'(x)} \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot x^{\frac{1}{2}}}_{v(x)} + \underbrace{(x^2 + x^{\frac{3}{2}})}_{u(x)} \cdot \underbrace{\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}_{v'(x)} \quad (2)$$

Auflösen der Klammern:

$$= 2\sqrt{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}x \quad (3)$$

Anwendung des Kommutativgesetzes:

$$= 2\sqrt{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{3\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}x \quad (4)$$

Zusammenfassen:

$$= \frac{5\sqrt{2}}{2}x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{2}x \quad (5)$$



Übung 10d

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} = (x-1)^{\frac{1}{2}} \cdot (x+1)^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Anwendung der Produktregel:

$$f'(x) = \frac{1}{2} (x-1)^{-\frac{1}{2}} (x+1)^{-\frac{1}{2}} + (x-1)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) (x+1)^{-\frac{3}{2}} \quad (2)$$

Umformung:

$$= \frac{1}{2\sqrt{x-1}\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x-1}}{2(\sqrt{x+1})^3} \quad (3)$$

Erweitern auf Hauptnenner:

$$= \frac{(\sqrt{x+1})^2 - \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-1}}{2\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1})^3} \quad (4)$$

Zähler vereinfachen:

$$= \frac{x+1 - (x-1)}{2\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1})^3} \quad (5)$$

Zähler zusammenfassen:

$$= \frac{2}{2\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1})^3} \quad (6)$$

Kürzen:

$$= \frac{1}{\sqrt{x-1}(\sqrt{x+1})^3} \quad (7)$$



Übung 10e

$$f(x) = \left(\frac{3x+1}{x-2} \right)^3 = (3x+1)^3 \cdot (x-2)^{-3} \quad (1)$$

Anwendung der Produktregel:

$$f'(x) = 3 \cdot 3(3x+1)^2 (x-2)^{-3} + (3x+1)^3 \cdot (-3)(x-2)^{-4} \quad (2)$$

Umformen und zusammenfassen:

$$= \frac{9(3x+1)^2}{(x-2)^3} - \frac{3(3x+1)^3}{(x-2)^4} \quad (3)$$

Erweitern auf Hauptnenner:

$$= \frac{9(3x+1)^2(x-2) - 3(3x+1)^3}{(x-2)^4} \quad (4)$$

Ausklammern:

$$= \frac{3(3x+1)^2 [3(x-2) - (3x+1)]}{(x-2)^4} \quad (5)$$

Runde Klammern im rechten Faktor auflösen:

$$= \frac{3(3x+1)^2 [3x-6-3x-1]}{(x-2)^4} \quad (6)$$

Zusammenfassen:

$$= -\frac{21(3x+1)^2}{(x-2)^4} \quad (7)$$



Übung 12g

$$f(x) = (2 + 3x)^{-2,5} \cdot (5x)^{0,5} = (3x + 2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \sqrt{5}x^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

Anwendung der Produktregel:

$$f'(x) = -\frac{15}{2} (3x + 2)^{-\frac{7}{2}} \cdot \sqrt{5}x^{\frac{1}{2}} + (3x + 2)^{-\frac{5}{2}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} x^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

Umformen:

$$= \frac{-15\sqrt{5}x}{2(3x + 2)^{\frac{7}{2}}} + \frac{\sqrt{5}}{2(3x + 2)^{\frac{5}{2}}\sqrt{x}} \quad (3)$$

Erweitern auf Hauptnenner:

$$= \frac{-15\sqrt{5} \cdot x + \sqrt{5}(3x + 2)}{2(3x + 2)^{\frac{7}{2}}\sqrt{x}} \quad (4)$$

Ausklammern:

$$= \frac{\sqrt{5} \cdot (-15x + 3x + 2)}{2(3x + 2)^{\frac{7}{2}}\sqrt{x}} \quad (5)$$

Zusammenfassen:

$$= \frac{\sqrt{5} \cdot (-12x + 2)}{2(3x + 2)^{\frac{7}{2}}\sqrt{x}} \quad (6)$$

Ausklammern:

$$= \frac{2\sqrt{5} \cdot (-6x + 1)}{2(3x + 2)^{\frac{7}{2}}\sqrt{x}} \quad (7)$$

Kürzen:

$$= \frac{\sqrt{5} \cdot (-6x + 1)}{(3x + 2)^{\frac{7}{2}}\sqrt{x}} \quad (8)$$

Übung 12h

$$f(x) = \sqrt[3]{\sqrt{x}} = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{6}} \quad (1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{6}x^{-\frac{5}{6}} \quad (2)$$