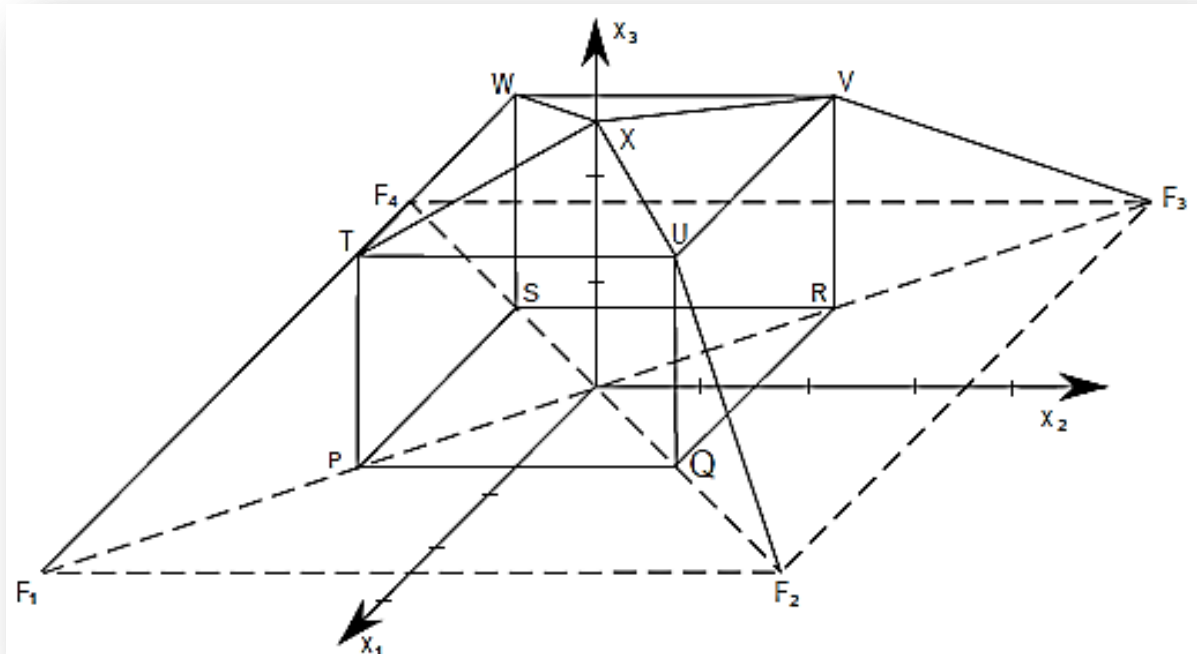


Abituraufgabe 2012 B2 (GK, TR)

Ein Pavillon besitzt eine quadratische Grundfläche $PQRS$ mit der Seitenlänge $3m$. Das Quadrat liegt in der x_1x_2 -Ebene symmetrisch zu den Koordinatenachsen. Die vertikalen Stützstangen besitzen eine Höhe von $2m$. Die Dachkanten bilden eine symmetrische Pyramide mit der Spitze X . Diese befindet sich $2,5m$ über der Grundfläche des Pavillons. Zur Windsicherung sind an den Ecken gleich lange Spannschnüre befestigt. Sie sind in den Punkten F_1, F_2, F_3, F_4 im Boden verankert. Das Quadrat F_1, F_2, F_3, F_4 mit der Seitenlänge $7m$ liegt ebenfalls in der x_1x_2 -Ebene und ist symmetrisch zu den Koordinatenachsen.

1. Geben Sie die Koordinaten der Punkte T, U, X und F_1 an.
2. Für ein Gartenfest soll der Pavillon repariert werden. Insbesondere müssen die Spannschnüre erneuert und für das Dach soll eine Schutzhülle angefertigt werden. Bestimmen Sie den Materialbedarf für Schnüre und Schutzhülle in den Einheiten m bzw. m^2 .



Lösungen:

Wer sich an der Bezeichnung der Achsen stört, kann anstatt x_1, x_2, x_3 auch x, y, z verwenden.

1. $T(1,5|-1,5|2), U(1,5|1,5|2), X(0|0|2,5), F_1(3,5|-3,5|0)$

Für alle, die freiwillig auch die Koordinaten der anderen Punkte aufgeschrieben haben, gibt es hier die Lösung:

$P(1,5|-1,5|0), Q(1,5|1,5|0), R(-1,5|1,5|0), S(-1,5|-1,5|0),$
 $V(-1,5|1,5|2), W(-1,5|-1,5|2), F_2(3,5|3,5|0), F_3(-3,5|3,5|0),$
 $F_4(-3,5|-3,5|0)$

2. Aufgrund der Symmetrie sind alle 4 Windsicherungen gleich lang:

$$4 \cdot |\overrightarrow{TF_1}| = 4 \cdot \left| \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix} \right| = 4 \cdot \sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 8\sqrt{3} \approx 13,86$$

Die Länge der Windsicherungen beträgt insgesamt ungefähr $13,86m$.

Aufgrund der Symmetrie ist das Dreieck TXU gleichschenkelig. Wählen wir die Strecke $\overline{TU}$ als Grundseite, dann ist die Höhe h des Dreiecks die Strecke $\overline{M_{TU}X}$ mit M_{TU} als Mittelpunkt der Strecke $\overline{TU}$.

$$h = |\overrightarrow{M_{TU}X}| = \left| \begin{pmatrix} -1,5 \\ 0 \\ 0,5 \end{pmatrix} \right| = \frac{\sqrt{10}}{2} \approx 1,58$$

Wegen der Symmetrie setzt sich die Dachfläche A aus 4 kongruenten Dreiecken zusammen:

$$A = 4 \cdot A_{TXU} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} = 3\sqrt{10} \approx 9,49$$

Die Dachfläche beträgt ca. $9,49m^2$.